සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

011805

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2000 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2000 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2000

ව්‍යවහාරික ගණිතය I
பிரயோக கணிதம் I
Applied Mathematics I

06 | S | I

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. අංශුවක්, A ලක්ෂ්‍යයක නිශ්චලතාවයේ සිට පටන්ගෙන, සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වෙයි; එහි ත්වරණය, ආරම්භයේ $2\ \text{m s}^{-2}$ අගයේ සිට තත්පර 20 ක දී ශූන්‍යය කරා ඒකාකාරී ව අඩු වෙයි. ඊළඟට එය තවත් තත්පර 20 ක් නියත ප්‍රවේගයක් සහිත ව ද, අනතුරුව $4\ \text{m s}^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයක් සහිත ව ද ගමන් කර B ලක්ෂ්‍යයක දී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. A සිට B දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා ත්වරණ-කාල ප්‍රස්තාරයක දළ සටහනක් අඳින්න.

   මෙම ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්

   (i) උපරිම ප්‍රවේගයත්

   (ii) මන්දනයෙන් චලනය වන කාල ප්‍රාන්තරයත්

   සොයන්න.

   ආරම්භයේ සිට පළමු තත්පර 20 තුළ දී, t කාලයේ දී අංශුවේ වේගය $v = 2t - \dfrac{t^2}{20},\ t < 20$, බව පෙන්වන්න.

   මුළු ගමන සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ඒ නයින්, අංශුව ගමන් කළ මුළු දුර සොයන්න.

2. (අ) Oxy - තලයේ P අංශුවක් චලනය වන්නේ, t කාලයේ දී එහි ප්‍රවේගය,

$$\mathbf{v} = -\mathbf{i}\,a\omega \sin \omega t + \mathbf{j}\,a\omega \cos \omega t$$

   වන පරිදි ය. මෙහි a, ω නියත වන අතර $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ මගින් Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ දිගේ පිළිවෙළින් ගත් ඒකක දෛශික දක්වයි.

   $t = 0$ වන විට අංශුව පිහිටුම් දෛශිකය $2a\mathbf{i}$ සහිත ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇත. t කාලයේ දී P හි පිහිටුම් දෛශිකය, $\mathbf{r}$ සොයා $\mathbf{r} - a\mathbf{i}$ නියත විශාලත්වයකින් යුතු බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, P හි පෙත හඳුන්වා දෙන්න.

   P අංශුව O වෙත පළමුවෙන් ළඟාවන කාලය සොයන්න.

   (ආ) A සහ B අංශු දෙකක්, පිළිවෙළින් $u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ සහ $-4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ නියත ප්‍රවේග සහිත ව Oxy-තලයේ චලනය වෙයි. A ට සාපේක්ෂ ව B හි ප්‍රවේගය සොයන්න. කාලය $t = 0$ වන විට A අංශුව O මූලයේ ද, B අංශුව $10\mathbf{i}$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යයේ ද ඇත; පසුව අංශු එකිනෙක ගැටෙයි.

   (i) v හි අගයත්, A හි අඩුතම වේගයත් සොයන්න.

   (ii) $t = 2$ වන විට ගැටීම සිදුවෙයි නම් u හි අගය සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. තිරසට α කෝණයකින් ආනත තලයක් මත O ලක්ෂ්‍යයක සිට P අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ ආරම්භක $\mathbf{u}$ ප්‍රවේගය, තලය සමග $\theta\left(<\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)$ කෝණයක් සාදමින්, උපරිම බෑවුම් රේඛාව අඩංගු සිරස් තලයේ පිහිටන පරිදි වේ. τ කාලයකට පසුව අංශුව ආනත තලය සමග M ලක්ෂ්‍යයක දී ගැටෙයි නම්, එවිට එහි පිහිටුම් දෛශිකය

$$\mathbf{r}=\mathbf{u}\,\tau+\frac{1}{2}\mathbf{g}\,\tau^2$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{g}$ යනු ගුරුත්වජ ත්වරණයයි.

මෙම දෛශික සමීකරණය නිරූපණය කරමින් OLM ත්‍රිකෝණය අඳින්න.

මෙම රූපසටහන භාවිතයෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින්, $\tau=\dfrac{2u\sin\theta}{g\cos\alpha}$ බව පෙන්වා, $|\mathbf{r}|$ සොයන්න.

ආනත තලය මත ඉහළට උපරිම පරාසය වූ R ගෙන දෙන θ හි අගය, $\theta=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\alpha}{2}$ බව අපෝහනය කර R හි අගය සොයන්න.

තව දුරටත්, R ගෙන දෙන P හි මෙම පෙත සඳහා

(i) පියාසර කාලය, $T=\dfrac{\sqrt{2}\,u}{g\left(\cos\dfrac{\alpha}{2}+\sin\dfrac{\alpha}{2}\right)}$ බවත්,

(ii) $R=\dfrac{gT^2}{2}$ බවත්,

පෙන්වන්න.

4. ස්කන්ධය M වූ R අංශුවක්, සුමට තිරස් සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මේසයක් මත නිශ්චලව ඇත. එය, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකකින්, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $m, m'(m'>m)$ වූ P, Q අංශු දෙකකට ඈඳා ඇත. මේසයේ දර දෙකක පවිතළ L, N කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් උඩින් තන්තු යමින්, P, Q අංශු සිරස් ව එල්ලෙන අතර, LRN රේඛාව මේසයේ සම්මුඛ පැති දෙකකට සමාන්තර වෙයි. තන්තු නොබුරුල් ව තිබිය දී පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. Q අංශුව x දුරක් චලනය වීමෙන් අනතුරුව අප්‍රත්‍යාස්ථ ගෙබිමක් සමග ගැටේ. P අංශුව ඉහළ නගින අතිරේක y දුර,

$$y=\frac{(M+m)\,(m'-m)\,x}{m(M+m+m')}$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

P වැටීම නිසා, Q නැවත ගැස්සී චලනය වීමට පටන්ගත් පසු එය ඉහළ නගින දුර

$$\left(\frac{M+m}{M+m+m'}\right)^2 x$$

බව තව දුරටත් පෙන්වන්න.

[P, Q, R අංශු කිසිවක් කප්පි සමග නොගැටෙන බව උපකල්පනය කෙරේ.]

5. සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ OP දුන්නක O එක කෙළවරක් අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. P අනික් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ කුඩා තැටියක් සම්බන්ධ කර ඇත; දුන්න සිරස් ව සහ O ට පහළින් P ඇති සමතුලිත පිහිටීමේ දී දුන්නේ විතතිය a වෙයි. $t=0$ කාලයේ දී, ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශුවක් සිරුවෙන් තැටිය මත තබනු ලැබේ. t කාලයේ දී දුන්නේ විතතිය x වෙයි නම්,

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{g}{3a}(x-3a)=0$$

බව පෙන්වන්න.

$x=3a+A\cos\omega t+B\sin\omega t$ ලෙස ලිවීමෙන් A සහ B නියත වල අගයන් සොයන්න; මෙහි $\omega^2=\dfrac{g}{3a}$ වෙයි.

දුන්නේ උපරිම විතතිය $5a$ බව පෙන්වා, මෙය ඇති වන විට t හි අගය සොයන්න.

තැටියෙන්, අංශුව මත ඇති කෙරෙන බලය සොයා, අංශුව තැටිය සමග ස්පර්ශව ම පවතින බව සත්‍යාපනය කරන්න.

6. එක එකක බර W සහ දිග $2a$ වූ AB, BC සමාන ඒකාකාර ඉනිමං දෙකක් B හි දී සුමට ලෙස අසවු කර, A සහ C දෙකෙළවර රළු තිරස් ගෙබිමක් මත නිශ්චල ව ඇත. A සහ C දෙකෙළවරේ දී ම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වෙයි.

බර w වූ මිනිසෙක් AB මත A සිට x දුරකින් සිටින අතර $A\hat{B}C$, 2θ වෙයි. පිළිවෙළින් A සහ C හි දී අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියා වූ R_A සහ R_C සොයා $R_C<R_A$ බව පෙන්වන්න.

x ක්‍රමයෙන් වැඩි කළේ නම්, ඉනිමඟ පළමුවෙන් ලිස්සා යන්නේ C හි දී බව අපෝහනය කරන්න.

සමතුලිතතාව සීමාකාරී වන විට

$$x=\frac{2aW\,(2\mu-\tan\theta)}{w\,(\tan\theta-\mu)}$$

බවත් පෙන්වන්න.

මෙහි $\mu<\tan\theta<2\mu$ බව දී ඇත.

7. (අ) Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ වෙයි. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන $\mathbf{P}$ සහ $\mathbf{Q}$ බල දෙකක් පිළිවෙළින් $4\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ සහ $-3\mathbf{i}-4\mathbf{j}$ දෛශික වලට සමාන්තර වෙයි. බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තය, විශාලත්වය $7\,\mathrm{N}$ වූ $\mathbf{i}$ දෛශිකයේ දිශාවට ක්‍රියාකරන බලයකි. $\mathbf{P}$ සහ $\mathbf{Q}$ හි විශාලත්ව ගණනය කරන්න.

(ආ) අරය a සහ බර W වූ ඒකාකාර ගෝලයක්, තිරසට ආනතිය α වූ අචල සුමට තලයක නිශ්චලතාවයේ තබා ඇත්තේ ගෝල පෘෂ්ඨයේ ලක්ෂ්‍යයකට එක් කෙළවරක් ද, තලයේ ලක්ෂ්‍යයකට අනික් කෙළවර ද ඈඳූ, දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. තලය සමග තන්තුව සාදන θ කෝණය සොයන්න.

ගෝලය මත ක්‍රියා කරන බල සඳහා බල ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.

මෙම බල ත්‍රිකෝණය භාවිතයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින්,

(i) තන්තුවේ ආතතිය $\dfrac{W(l+a)\sin\alpha}{\sqrt{l^2+2al}}$ බව සහ

(ii) තලයෙන් ප්‍රතික්‍රියාව $\dfrac{W\cos(\alpha-\theta)}{\cos\theta}$ බව

පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

8. **උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්ත කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, එහි අක්ෂය මත, ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව, අනුකලනයෙන් පෙන්වන්න.**

දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් මෙම කේතුවෙහි ශීර්ෂයට ද, අනිත් කෙළවර තල ආධාරකයෙහි පරිධියේ ලක්ෂ්‍යකට ද ඈඳා ඇත. ඊළඟට තන්තුව අවල සුමට නාදත්තක් උඩින් යවා ඇත. කේතුව එහි අක්ෂය තිරස් ව සහ තන්තුව නොබුරුල් ව නිශ්චලතාවයේ තිබෙයි නම්

(i) තන්තුවේ එක් එක් කොටස සිරස සමග $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{h}{l}\right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න;

(ii) තන්තුවේ ආතතිය, l, h සහ කේතුවේ බර වූ W ඇසුරෙන් සොයන්න;

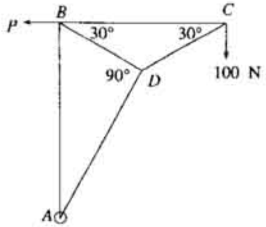
(iii) කේතුවේ අඩ-සිරස් කෝණය α නම්, $\cot\alpha = 2\tan\theta$ බව පෙන්වන්න.

9. සැහැල්ලු දඬු පහක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කිරීමෙන්, රූපයේ දක්වෙන රාමු සැකිල්ල සාද ඇත. රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ A සන්ධිය අවල ලක්ෂ්‍යයකට නිදහස් ලෙස අසවු කිරීමෙනි. AB සිරස් ද, BC තිරස් ද වන අතර, $A\hat{D}B = 90^\circ$ සහ $D\hat{B}C = D\hat{C}B = 30^\circ$ වෙයි. C හි දී 100 N භාරයක් එල්ලෙන අතර, තිරස් P බලයක් B හි දී $\overrightarrow{CB}$ දිශාවට ක්‍රියා කරයි.

P සොයා, A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස් සහ සිරස් සංරචක ලබා ගන්න.

රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූපසටහනක්, බෝ අංකනය භාවිතයෙන් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬු සියල්ලේ ම ප්‍රත්‍යාබල, ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින්, නිර්ණය කරන්න.



10. (අ) A සහ B ස්වායත්ත සසම්භාවී සිද්ධි දෙකක සම්භාවිතා පිළිවෙළින් a සහ b වෙයි.

$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ සහ $a > b$ බව දී ඇත්නම්, a සහ b හි අගයයන් සොයන්න.

(ආ) පෙට්ටියක් තුළ එකම තරමේ සුදු බෝල 5 ක් සහ කළු බෝල 2 ක් අඩංගු වෙයි. මෙම පෙට්ටියෙන් වරකට එක බෝලයක් බැගින් සසම්භාවී ලෙස ඉවතට ගැනීමේ ක්‍රීඩාවක A, B, C ක්‍රීඩකයින් තිදෙනෙක්, වරකට එක් කෙනෙකු බැගින්, සහභාගී වෙති. තරඟය A විසින් ආරම්භ කෙරෙන අතර, කළු බෝලයක් ඉවතට ගන්නා පළමු ක්‍රීඩකයා දිනයි. එක ක්‍රීඩකයෙක් දිනන තුරු, නම් සඳහන් පිළිවෙළට, ක්‍රීඩාව කරගෙන යනු ලැබේ. පහත දක්වෙන **එක් එක් නීතියට** අනුව, A, B, C ක්‍රීඩාවෙන් දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) **ඉවතට ගැනෙන එක් එක් බෝලය ප්‍රතිස්ථාපනයකින් තොරව,**

(ii) **ඉවතට ගැනෙන එක් එක් බෝලය ප්‍රතිස්ථාපනය සහිත ව.**

ඉහත නීතිය (i) සිට (ii) ට වෙනස් කිරීමෙන් කාට වාසියක් සැලසෙයි ද?